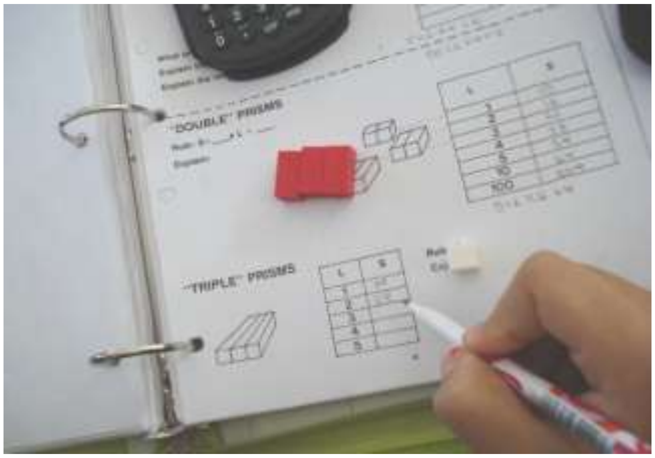
Introducción de Conceptos Algebraicos de variable, pronumeral y ecuación a través de un Método Constructivista



Grupo: 1° de secundaria
Maestra: Verónica Jiménez Gutiérrez
Ciclo 2008-2009

(VIDEO - Algebra)

¿Qué es el algebra y para que la has utilizado en tu vida?
¿Recuerdas el binomio al cuadrado? ¿Alguna vez lo has utilizado fuera del contexto escolar?

Creo que varios de nosotros nos podemos identificar con alguna de las personas entrevistadas en éste video, lo cual nos debe hacer reflexionar como maestros si debemos de estar enseñando los conceptos que estamos enseñando y sobre la forma en la que lo estamos haciendo. Yo me he planteado éstos cuestionamientos un sin número de veces y he llegado a la conclusión de que a pesar de que la mayoría de las personas cree no utilizar el algebra en su vida, lo hacen sin darse cuenta al identificar patrones, hacer generalizaciones, relacionar variables y sacar conclusiones. En realidad creo que ésta área de las matemáticas es una de las más útiles para guiar el pensamiento y resolver problemas. Sin embargo, como facilitadores del aprendizaje, algo estamos haciendo mal si la utilidad y la aplicabilidad del aprendizaje no son ni claras ni evidentes para el estudiante. Por lo que, no es sorprendente que muchos alumnos no se sientan motivados, ni interesados por ésta área del conocimiento.

¿Qué es lo que estamos haciendo mal? Desde hace muchos años la enseñanza de las matemáticas ha permanecido estática a pesar de los avances en la ciencia de la educación y en los últimos descubrimientos sobre como aprender. Si comparamos un libro de texto de algebra de hace 30 años con un libro actual, encontramos que los cambios son más estéticos que en las experiencias de aprendizaje. De igual manera, en la mayoría de los salones los maestros de matemáticas se limitan a resolver operaciones y problemas en los pizarrones esperando que los alumnos comprendan el algoritmo y lo puedan transferir a otros contextos. Ésta práctica se lleva a cabo normalmente partiendo de una generalización y ejemplificando casos particulares.

Ejemplo

Encuentra el valor de y para x = 2

$$y = 6x + 7$$

$$y = 6(2) + 7$$

$$y = 19$$

Es decir, el tema: ecuaciones de primer grado. El maestro enseña al alumno a sustituir y a realizar las operaciones y despejes necesarios para obtener los valores de y. Después de éste proceso, muchos alumnos son capaces de resolver o simplificar una ecuación matemática pero pocos son capaces de explicar lo que esta representa o puede representar.

El propósito de ésta documentación es el de compartir el análisis de algunas experiencias vividas en los salones de clases del Instituto Nezaldi, al introducir diversos conceptos aritméticos y algebraicos de nivel secundaria a través del método constructivista descrito a continuación, esperando que estas sean útiles para contestar algunas preguntas que aquí se plantean y para generar otras.

Elementos del Método Constructivista:

1. Desarrollar el componente afectivo.
2. Utilizar material concreto y a las personas como agentes desarrolladores del pensamiento.
3. Construir sobre conocimiento previo.
4. Diseñar experiencias y ambientes de aprendizaje matemático.
5. Facilitar el proceso.

¿Qué efecto tiene el componente afectivo en el estudio de las matemáticas? ¿Cómo lo desarrollamos?

Uno de los factores más importantes para el éxito en el desarrollo de habilidades matemáticas y científicas es la auto eficacia. Es importante que los alumnos encuentren el interés, el gusto, la aplicabilidad y que se sientan capaces en la materia para poder desarrollar su potencial al máximo. Es necesario encantarlos con las matemáticas y encantarlos con ellos mismos resolviendo matemáticas.

“¡Soy bueno!” Adolfo (2º secundaria)

“Me están encantando las matemáticas” Matías (2º secundaria)

De acuerdo con Carey and Gelman, 1991, “existen dominios privilegiados, y éstos se basan en categorías definidas, notablemente conceptos físicos y biológicos, causales y numéricos”. Ahora bien, si nacemos con un interés natural por explorar y aprender matemáticas, ¿porqué no escuchamos más comentarios como los anteriores?, ¿por qué hay que “reencantarlos” con las matemáticas? ¿Por qué el bebé puede recuperar la atención en una actividad una vez que la perdió simplemente si variamos el número de objetos iguales con los que estamos trabajando, demostrando así, su temprano interés por el concepto de cantidad y al adolescente le cuesta trabajo interesarse en el álgebra? ¿Dónde se pierde el encanto? ¿Por qué se pierde?

Los alumnos llegan a la secundaria con una idea definida sobre lo que significa el aprendizaje de las matemáticas, esto impacta fuertemente en cómo se sitúan ellos mismos en situaciones que requieren esfuerzo y comprensión. He escuchado frases que se repiten año tras año al comenzar los cursos de matemáticas: “Yo no soy bueno para las matemáticas”, “Yo no sirvo para las fracciones”, “Yo no soy inteligente porque no puedo con las matemáticas”, he incluso, lo escucho de las mamás que mencionan “Ayuda a mi hijo porque no es bueno con las matemáticas y lo heredó de mi”.

Por lo tanto, lo primero que hay que lograr es demostrarles lo contrario y presentarles retos adecuados en cuanto al grado de dificultad, la utilidad y el impacto que tienen en sí mismos y en otros para mejorar su auto eficacia.

El componente afectivo se ve también afectado cuando llegamos a la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos más complejos, a lo que los expertos llaman matemáticas en transición y son éstos los que recurrentemente les causan problemas a los alumnos: fracciones, decimales, porcentajes, números negativos, entre otros. Por ejemplo, los números fraccionarios no se comportan como números enteros, es decir, su comportamiento no se acomoda fácilmente a la "lógica matemática" que el alumno venía desarrollando desde sus primeros años de vida.

Ejemplo

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

"Algo estoy haciendo mal porque multiplico y se hace más chico el resultado" Matías

Otro ejemplo

En un ejercicio de cálculo mental la maestra pide a los alumnos que sumen diez, más tres cuartos más un cuarto, y que escriban el resultado en numeral.

"¿Pero cómo sumo el diez como número o como fracción?" Daniel

Lo anterior demuestra que los alumnos que llevaba cuatro años trabajando con fracciones habían llegado a cierto nivel de mecanización, sin embargo, no había internalizado el concepto de fracción y su relación con los números enteros.

Conceptos como el anterior causan un desequilibrio que requiere de gran esfuerzo y comprensión para ser acomodado. Gardner, (fecha), señala que en la búsqueda de métodos eficaces para potenciar la comprensión de los estudiantes, "los educadores deben reconocer las dificultades que tienen los estudiantes para lograr una verdadera comprensión de ciertos temas y conceptos importantes". Debemos asegurarnos que entiendan estos desequilibrios como parte del proceso de aprendizaje y qué estos los llevaran a una mejor comprensión de los conceptos. Esto tiene un impacto en su seguridad transformando la carga emotiva hacia ésta área del conocimiento.

Desarrollando el componente afectivo a través de demostrarle a los alumnos de lo que son capaces.

Teoría de Números Pares y Nones

Los alumnos fueron retados a comprobar la teoría de que todos los números, a través de una cadena de operaciones, llegan al 1 si realizamos la siguientes pasos:

Si el número es par lo divides entre 2

Si es número es non lo multiplicas por 3 y le sumas 1

Geo demostró la teoría de pares y nones expuesta en clase utilizando el reto más complejo, que involucra al número 27. Se acercó a la maestra con cara de satisfacción y mostrando su trabajo dijo "Lo logramos Fer y yo, más de 100 operaciones y si nos salió".

Ésta experiencia, a través de la aplicación de operaciones sencillas de aritmética básica les permitió a los alumnos trabajar en equipo, planear, y demostrar una teoría. Habilidades y actividades todas propias de las matemática. Pero más significativo fue que les permitió sorprenderse de que lo lograron.

Teoría de Números Palíndromos

Diego se mostraba resistente a demostrar la teoría de palíndromos que él decía que ya sabía que si se cumplía. Al preguntarle cómo estaba seguro de que la teoría funcionaba él respondió: "porque sí". Discutimos la importancia de demostrar en lugar de quedarnos en el "porque sí". Durante el ejercicio se topó con varios ejemplos en los que no era tan fácil llegar a la demostración y que nos hacían dudar de la teoría. Una vez que lo logro dijo: "ya ves yo lo sabía que todos llegaban a palindromos". a lo que le respondí "ya ves yo también ya sabía que lo podrías lograr, pero había que demostrarlo y me refiero a ambas cosas".

Experiencias de desarrollo del componente afectivo a través de la generación de curiosidad

Reglas Algebraicas – Máquina transformadora de números.

La introducción de reglas algebraicas se llevó a cabo a través de un juego desarrollado por el gobierno de Australia. Se retó a los alumnos a descubrir qué le pasaba a un número que se introducía en una máquina transformadora que cambiaba los números de la manera mostrada a continuación.

Entrada	Salida
☐	Δ
1	13
7	49

Se utiliza la idea de la máquina porque muy probablemente todos los alumnos pueden relacionar esto a un concepto previo de una máquina que transforma un objeto en algo diferente en la cual entra cierta materia prima y sale un producto distinto. Por el contrario, difícilmente hubieran podido establecer en éste punto relaciones con conceptos previos de reglas algebraicas o ecuaciones. A diferencia de otros métodos de enseñanza, aquí se pretende partir de un caso concreto para llegar a través de una serie de vivencias a la generalización de los significados de ecuación, variable y pronumeral.

Matías: ¿Qué es eso del triángulo y el cuadrado?
Maestra: Fíjense bien, en lugar de ponerle nombre a los números que introduzco en la máquina y a los que saco, a los que meto los voy a representar con un cuadrado y a los que saco con un triángulo. O sea, que cuando vean estos símbolos ya saben que estoy hablando del número que meto y del que me sale de mi máquina.

En este punto no utilizamos todavía lenguaje algebraico ya que se pretende primeramente generar la vivencia a la cual puedan relacionar el nuevo concepto matemático y el vocabulario correspondiente. Al igual que jugamos con un niño pequeño con diferentes formas antes de pretender que le llame a cada una por su nombre, se busca que el alumno juege, explore, experimente con las ecuaciones, antes de que le llame a la variable, al pronumeral y a la ecuación por su nombre.

Maestra: ¿Qué está pasando con mis números?
Andrés: Se multiplicó por 13
Maestra: ¿Qué opinan los demás? ¿Meto el uno y los multiplico por 13 y qué me da?
Javier: Te da 13 pero el 7 lo tienes que multiplicar por 7 para que de 49.
Maestra: Ah! pero si los cambio de manera diferente a cada uno sería como meterlos en máquinas distintas y los números los estoy introduciendo en la misma máquina.

Aquí estamos dirigiendo la atención de los alumnos hacia uno de los principios fundamentales del álgebra que es el de su carácter de generalización, es decir, las relaciones que establecemos entre las variables deben de ser las mismas bajo el contexto en el que estamos trabajando. Principio básico para la solución de problemas.

Fernanda: Pues no se puede.
Maestra: A ver Fer, vamos a introducir otros números en la máquina y vemos que les sucede. ¿Qué número introducimos?
Fernanda: No sé.

Maestra: El que tú quieras.
Jessica: A pues el 5.
Maestra: Bien, vamos a ver qué pasa… Introducimos el 5 y nos da 37.

Aquellos que ven este ejercicio y manejan algebra se podrán preguntar, ¿por qué no se introducen entradas ordenadas y consecutivas que faciliten la detección de la regla algebraica? Sin embargo, ésta introducción intenta que busquen una relación entre la entrada y la salida, no entre el cambio que se da entre las salidas. No se pretende que lleguen al resultado matemático correcto, sino generar curiosidad de cómo se resuelve el problema. De igual forma tiene como finalidad que el alumno encuentre el problema retador y que al final del proceso viva la experiencia como satisfactoria al encontrarse a si mismo capaz de resolver el problema que de entrada consideraba como difícil.

¿Por qué es importante el uso de material concreto en la secundaria? ¿Cuál es la función del material concreto como agente desarrollador del pensamiento matemático?

Las investigaciones demuestran que para lograr el aprendizaje significativo el alumno debe construir por sí mismo el conocimiento nuevo sobre experiencias previas. El álgebra en su forma más simple es aritmética generalizada; sin embargo, la generalización matemática, como pudimos observar en el diálogo anterior, es un concepto prácticamente nuevo para los alumnos de primero de secundaria, por lo que resulta de suma importancia el generar diversas experiencias vivenciales, utilizando diferentes recursos como lo es el material concreto, que sirvan como base o como apoyo para la construcción de los nuevos conceptos y posteriormente como guía del trabajo representacional y del abstracto.

Les voy a mostrar un video en el que se muestra a Alan de primero de secundaria trabajando operaciones con números negativos. Alan viene de una primaria menor de inmersión bilingüe y tradicional. Mostraba poca o ninguna motivación intrínseca en cuestiones académicas. Estaba acostumbrado a una disciplina basada en el premio y el castigo y basaba su auto eficacia en la opinión de terceros. En matemáticas Alan no se sentía capaz de realizar retos complejos y lagunas en operaciones básicas aritméticas le dificultaban más su progreso.

(VIDEO – Alan realizando operaciones con números negativos)

El video nos muestra a Alan disfrutando el trabajo matemático. El material concreto nos permite detectar algunos conceptos que Alan ya logra manejar y otros que todavía le cuestan dificultad. En las primeras adiciones, de 12+-7, 13+-3 y -6+-5, Alan modela la operación correctamente, obtiene sus pares de ceros y llega al resultado. Sin embargo no consigue modelar la diferencia con números negativos 10 – 22 y 11 --8. Lo mismo les sucede a Geo y a Adri en el siguiente video.

(Video- Adri y Geo)

A diferencia de Alan, Geo y Adri son alumnas que sin el material concreto pueden llegar a resultados correctos, sin embargo, se aprecia que el haberse memorizado la regla de los signos no les ayuda para modelar las operaciones cuando éstas implican restas en lugar de sumas. El enfrentarlos a este tipo de experiencias y a sus propios errores los llevará a una mejor comprensión de los conceptos.

En ocasiones se cuestiona la utilización de material concreto como apoyo ya que algunos creen que el alumno puede crear una dependencia con el mismo. Sin embargo, esto podría suceder no por el material concreto como tal sino, por la forma en la que se utiliza el mismo. Bransford, Brown, y Rodney, 1999, sugieren que lo que “un niño puede realizar hoy con asistencia, lo podrá realizar mañana en forma independiente”.

¿Por qué es tan importante el construir sobre conocimiento previo?

Les voy a mostrar otro ejemplo que sucedió también cuando practicábamos las operaciones con números negativos. Georgina, de 1º de secundaria, podía obtener los resultados de las sumas de números negativos, sin embrago, se negaba a utilizar la balanza algebraica para modelar sus operaciones.

Georgina- No, yo no lo entiendo con eso.

Maestra- ¿Qué es lo que no entiendes de la balanza?, ¿cómo funciona?

La balanza algebraica (para los que no la hayan utilizado) representa ecuaciones y tiene dos charolas de cada lado, una roja para los números o variables negativos y una amarilla para los positivos.

Georgina- Es que a mí, en mi otra escuela,. me enseñaron la regla de los signos y que tome el del mayor y luego reste los números. Y con la balanza me hago bolas.

El diálogo anterior confirma lo que explican Bransford, Brown, y Rodney, 1999, “la transferencia es afectada por el grado con el que aprende la gente comprendiendo y no memorizando una serie de hechos o siguiendo una serie de procedimientos”

“*Es más fácil hacer algebra sin regletas, así, sin entenderle” dice Fernanda.*

Éste es otro comentario que hace evidente que el material concreto en estos casos está obligando a los alumnos a una comprensión del concepto y no a una simple mecanización del procedimiento.

¿Por qué es importante generar experiencias y ambientes de aprendizaje? ¿Cómo las generamos? ¿Por qué partimos de una situación real?

Al partir de un caso real le damos la oportunidad al alumno de descubrir por sí miso la regla algebraica que describe una situación original y relacionar las matemáticas con la vida cotidiana. Se busca que el alumno no solamente aprenda un conocimiento sino "cuándo, en dónde y porqué usar el conocimiento que está aprendiendo" (Whitehead en Bransford, 1999). Los científicos cognitivos "llaman al conocimiento de los expertos "condicionalizado" –éste incluye la especificación del contexto en el que es útil" (Bransford, 1999). El trabajo matemático en situaciones reales permite al alumno condicionalizar el conocimiento y facilita la transferencia del mismo a otros contextos.

Generando experiencias para la introducción del Álgebra Descriptiva -Pintando Prismas

En la siguiente experiencia se utilizó el algebra para describir una situación real y se utilizó esta situación para seguir reforzando los conceptos de variable, pronumeral y ecuación. A cada alumno se le repartió un juego de regletas con varias regletas de longitudes del 1 al 10 y se les pidió calcular cuantas unidades cuadradas (medida del área de una cara de la regleta cúbica blanca) tendrían que pintar si tuvieran que pintar las diferentes regletas en forma individual.

Adolfo: ¿Qué es lo que tenemos que hacer? Las tenemos que pintar pero que ponemos en la tabla.
Maestra: Te piden que calcules cuantas unidades cuadradas tienes que pintar en total si te piden pintar las regletas.
Fernanda: Pero que es una unidad cuadrada. No entiendo.
Maestra: Toma tu regleta blanca, la de longitud 1. Ve una de las caras del cubo, esa es una unidad cuadrada.
Fernanda: Ésta (señalando la cara), ¿La cara?
Maestra: Si, la cara unitaria de la regleta blanca. ¿Cuántas de esas unidades cuadradas pintamos en cada regleta?

Matías: ¿Las contamos todas y ya?
Maestra: Cuéntenlas y vayan llenando la tabla.
Jessica: Yo no se como llenarla.
Maestra: Fíjate bien, toma tu regleta blanca, ¿qué longitud tiene?
Jessica: Seis.
Maestra: Tiene 6 caras, ¿pero que tan alta es?
Jessica: Uno
Maestra: En la tabla esta columna indica lo alto de tus regletas y en la otra columna vas anotando el número de unidades cuadradas que tiene. ¿Qué anotarías en el número de unidades cuadradas para la regleta que mide 1 de altura?
Jessica: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Señalando cada cara).
Maestra: Así es, ahora has lo mismo con las demás regletas.
Jessica: ¿Con las 10?
Javier: No tienes que hacer todas porque sacas la regla.
Jessica: Yo prefiero contarlas.
Fernanda: ¿Así?
Maestra: Bien Fer, ¿Qué vas a hacer ahora con la de L = 100?
Fernanda: A pues la dejo en blanco porque no tengo regleta de 100
Matías: No Fernanda, saca la regla.
Maestra: ¿Cómo sacamos la regla?

Matías: Ah pues ves cuánto va aumentando. Como el otro ejercicio que hicimos.
Maestra: Analizando y contando las regletas ya encontraste un patrón Fer, ahora analiza cómo va incrementando el número de caras si vamos variando de uno en uno la altura de las regletas.
Fernanda: Ah por ejemplo del 6 al 10, cuatro y así.
Maestra: Exactamente, ¿y del 10 al 14?
Fernanda: Cuatro
Maestra: ¿Qué nos dice ese 4 José?
José: ¿Se multiplica?

Maestra: Exactamente, la variable L que representa la altura se multiplica por 4 y nos produce ese incremento. ¿Y qué más tenemos que hacer para obtener la regla que describe éste patrón?
Javier- Por ejemplo 4 x L son 4 y más 2 son 6. Se suman 2.
(La maestra escribe en el pizarrón la fórmula)

S = 4 x L + 2

Maestra: Ahora quiero que me digan que representan cada una de las letras y de los números en nuestra regla algebraica.
(Nadie contesta) Daniel ¿qué significa el 4?
Daniel: ¿Las caras?
Maestra: Enséñame con las regletas cuales caras son.
Daniel: (Toma la regleta unitaria blanca y cuenta las caras) Uno, dos, tres, cuatro, ¿cinco, seis?
Maestra: ¿Qué pasó Daniel era cuatro?
Daniel: Yo conté 6.

Maestra: Pues entonces nuestro cuatro no representa todas las caras de la regleta. Dijimos que se multiplicaba porque representaba un incremento. ¿Cuál? *(Nadie contesta).* Tomen una regleta roja de altura 3 y una verde de altura 4. ¿Cuántas caras más tiene la verde que la roja?

Matías, Adolfo, Javier y José rápidamente encuentran y mencionan que son cuatro. Para el resto del grupo fue necesario apoyarlos y señalarles cuales 4 unidades cuadradas se incrementaba en la regleta. Todos corroboraron que el incremento era el mismo con diferentes pares de regletas.

Maestra: señálenme que representa el 2 de la regla.
Javier: Dos caras.
Maestra: ¿Cuáles dos? *(Nadie contesta).* ¿Cuáles dos caras siempre son las mismas? Observen la regleta roja de altura 2, la verde de altura 3 y la morada de altura 4. ¿Cuáles caras siempre son las mismas aunque varíe la altura de la regleta?
Adolfo: Las de arriba.
Maestra: Exactamente, las tapas de las regletas.

La experiencia continuó y los alumnos dedujeron la regla algebraica para pintar prismas rectangulares formados por dos regletas. El material concreto les permitió entender que cada parte de la regla algebraica representa algo real y que las operaciones utilizadas en la regla tienen un porque relacionado con la situación. Para los alumnos fue muy evidente en éste problema en particular que la constante +2 y en el caso de los prismas dobles la constante +4 se referían a las unidades cuadradas que se encuentran al extremo de las regletas y que no cambiaban si íbamos aumentando la altura de las regletas y le comenzaron a llamar variable a L la altura de las regletas, porque era lo que cambiábamos para llenar la tabla.

Facilitando el proceso-Máquina Transformadora de Números

En el ejemplo de la máquina transformadora expuesta al principio de la presentación los alumnos quedaron ansiosos por descubrir cómo se deducía la regla con la que habíamos programado nuestra máquina; sin embargo, la mayoría no pudieron deducir la regla algebraica a partir de las entradas y las salidas.

$\Delta = \square \times 3 + 1$
$\Delta = \square \times 2 - 1$
$\Delta = \square \times 4 + 3$
$\Delta = \square \times 5 - 1$
$\Delta = \square \times 3 + 4$

Entrada	Salida
$\square$	Δ
4	19
1	4

¿Cómo facilitamos el proceso? Se les planteó una serie de reglas algebraicas y se les invitó a descubrir con cuál regla había yo programado la máquina que modificaba los números de la manera que se muestra en la tabla. El proceso se facilitó al tener determinadas reglas de donde escoger. Uno de los alumnos supo rápidamente cual regla había yo elegido y se mostro muy ansioso por decir la respuesta. Dos o tres fueron levantando la mano poco a poco. Fernanda, quien tiene algunas dificultades en el manejo del cálculo mental se empezó a poner nerviosa porque sus compañeros lo deducían rápidamente y ella no. Le pedí que me diera otro número de entrada y eligió el 2. Sus compañeros le dijeron que el 2 se transformaría en 9. Fernanda empezó a intentar con la primera regla con la ayuda de su calculadora y le dio siete. Le sugerimos que con la misma regla corroborara cuánto le daba con la entrada 4 y confirmó que no le daba 19. Le aclaramos que entonces no era la regla y tenía que seguir probándolas hasta encontrar la que funcionaba con todas las entradas y salidas. Volviendo a hacer hincapié en el carácter de generalización de las reglas matemáticas.

Invirtiendo el procedimiento

Después de todos haber descifrado cual regla utilicé, invertimos el procedimiento. Les pedí que mientras yo me salía del salón ellos inventaran una regla para programar una máquina distinta. Al entrar les pedí que me dieran las entradas y salidas de la siguiente tabla.

Entrada	Salida
$\square$	Δ
3	18
4	23
5	28

Escribí en el pizarrón la regla: $\Delta = \square X\ 5+3$. Su primera reacción fue de sorpresa por haberla resuelto tan rápidamente y ésta curiosidad los llevo a buscar de donde venía el 5 y el 3 de mi regla algebraica. Uno de los alumnos encontró que mis salidas se incrementaban de 5 en 5 y que por eso mi regla debía de tener una multiplicación por 5, sin embargo, no quedaba claro por qué se le sumaban 3 unidades. Les pedí que multiplicaran las 3 entradas en la tabla solamente por 5 y que analizaran si había algo más que les llamara la atención de esos resultados. Al realizar las operaciones se dieron cuenta que a todos los resultados les faltaba sumarle 3 unidades para obtener la salida mostrada. Los alumnos se emocionaron de haber encontrado mi truco y quisieron encontrar más reglas a partir de tablas de valores. En ésta práctica se incluyeron valores con números negativos y fraccionarios, lo que implicó un reto mayor.

Reflexiones finales:

Las experiencias aquí comentadas, son, sin duda, manifestaciones de una realidad que siendo consecuencia de la propia naturaleza humana, pasa con frecuencia desapercibida tanto en el seno familiar, lo que es lamentable, como en la escuela, en la que los profesionales de la enseñanza debiéramos estar siempre alertas: me refiero a la inmensa capacidad de deducción de los jóvenes y al instinto natural por averiguar cosas nuevas, que por otra parte son evidentes en otras manifestaciones juveniles distintas a las de la enseñanza y el aprendizaje.

El asunto tiene una enorme trascendencia para la formación de los jóvenes, ya que si desde una edad temprana se les despierta la motivación y el entusiasmo por vencer obstáculos con “alto grado de dificultad", como son de acuerdo con el decir popular los problemas de las matemáticas, no solo aprenderán esta ciencia fundamental y básica para todo conocimiento, sino que quedara en su inconsciente, como una lección para todo y para toda la vida, el hecho de que lo que se sabía complicado resulto ser fácil y sencillo.

Efectivamente, el significado fundamental de estas experiencias en la juventud, además de la seguridad que se obtiene al superar pruebas que se antojaban complejas y abstractas –volvemos a los estigmas de las matemáticas-, no solo está en las satisfacciones personales estimulantes y en las reacciones de los estudiantes al saberse poseedores de un nuevo conocimiento o al descubrir sus capacidades para transformar un problema que se presentaba oscuro, difícil, aburrido, como con frecuencia se califica a las matemáticas en todas sus formas, sino que este se convierte en un ejercicio sencillo y claro y además, interesante, divertido y útil.

Mis reflexiones no se limitan, sin embargo, aunque esto pudiera considerarse suficiente para desarrollar esfuerzos mayores en este camino, al mero ejercicio del aprendizaje de esta disciplina. Su logro trasciende los límites del propio aprendizaje matemático, para ubicarse en algo más universal y por lo tanto más importante y que no es otra cosa que "la alegría de aprender", lo que transforma al individuo a la búsqueda incesante del conocimiento, no como deber u obligación sino como necesidad vital de realización y de búsqueda de placer, provocando un cambio fundamental en la vida del ser humano.

La necesidad de "aprender a aprender" y de "aprender durante toda la vida", asuntos esenciales para quienes vivirán el resto de sus días en la era del conocimiento, no puede satisfacerse sin el logro de esta condición fundamental de lograr "la alegría de aprender".

Hace muchos siglos ya, ese extraordinario escritor francés J.P. Poquelin, conocido en el mundo de las letras como Moliere, decía: "Que bella cosa es saber alguna cosa", y eso, en el siglo XXI, es lo que los maestros debemos buscar que digan y sientan nuestros alumnos. Que sepan y que sientan que el conocimiento y particularmente el de las matemáticas, esa ciencia exacta y dura, como se califica, está en la base de la armonía: en la música, en la escultura, en la pintura, en la arquitectura, en las ciencias, en la poesía y en la literatura y en las artes todas y desde luego en la alegría del saber, en las emociones y en la razón.

He aquí el reto de los maestros de los jóvenes, el lograr que nuestros alumnos digan, parangonando a Moliere: "que bella cosa es saber matemáticas" y el sentir que cuando se logra "la alegría de saber" se impide el sacrificar su imaginación, su curiosidad y su creatividad, lo que es nuestra misión fundamental y permanente, y se prepara a los jóvenes para vivir en libertad.

"Lo que más aprendí fue ¡Algebra Rules!", Daniel
"Yo éste bimestre aprendí Algebra", Javier
"Yo voy a hacer mi presentación de español sobre el Algebra", Adolfo